questi parametri a verificare l'identità

(*h* restando indeterminata), è chiaro che si aggiungono con ciò — ^ — — — ^ -|- *m* con-

i- • • i i % -i j - - . i. i . - i. x , N
m (m -4- 1)
dizioni, talché il numero dei parametri indipendenti rimane di *(m* -f- i J w -- - — ! — - — m.

Ora questo numero eccede di — - -^ il numero *(m* -f- i) (w — m); dunque le re-

2

lazioni ammesse fra le *x* e le u_9 colla indicata condizione/' sono tali da poter sempre tener luogo, senza restrizione alcuna, del dato sistema di *n* — *m* equazioni. Ciò posto, da quelle relazioni, ponendo

«' + «;+ ...+< = *•-&• = *»,

si deduce

dunque

colla condizione

«• + < + • • • + < = «"•

Conscguentemente il luogo dei punti rappresentati dal complesso delle *n* — *m* equazioni lineari fra le coordinate x_1 , x_2 , . . . x_n *è* uno spazio ad *m* dimensioni, la cui curvatura o dovunque costante ed eguale a quella dello spazio primitivo.

Cosi per es. *n* — 2 equazioni lineari rappresentano una *superficie* di curvatura costante 1 uguale a -- -^ | , che conviene distinguere col nome di *superficie di prim' ordine ; n* — 3 rappresentano uno *spazio a Ire dimensioni* di curvatura costante *(* uguale a -- -^ \; ecc.

Una linea geodetica reale è individuata senza ambiguità da *due* punti dello spazio: nelle ipotesi fin qui ammesse non o possibile alcuna eccezione a questa proprietà.

Una superficie di prim'ordine è individuata senza ambiguità da *tre* punti dello spazio. Essa contiene tutta intera la geodetica che passa per due suoi punti reali, talché se due superficie reali di prim'ordine hanno due punti reali in comune, hanno del pari in comune tutta la geodetica individuata da questi.

Un triangolo geodetico giace sempre sopra una determinata superficie di prim'ordine, la quale è individuata anche quando il triangolo è infinitesimo. Perciò se si prolungano secondo linee geodetiche tutti gli elementi lineari contenuti in uno stesso eie-